

ЛОГИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

© В.И. Левин

Ключевые слова: непрерывная логика; дискретная оптимизация; статическая и динамическая оптимизация; двумерные и многомерные задачи.

Рассмотрена методика математического моделирования и решения задач дискретной оптимизации с помощью непрерывной логики. Дано решение ряда типовых статических задач: задача о назначении, задача оптимизации планирования технологического процесса и др. Рассмотрены также некоторые динамические задачи, например, задача оптимизации расписания.

1. Введение. Многие задачи проектирования, управления объектами, распределения ресурсов и т. д. сводятся математически к оптимизации функций дискретных переменных. Дискретная оптимизация широко использует переборные методы решения задач. Но они характеризуются быстрым ростом сложности вычислений при увеличении размеров задач и отсутствием обзримого аналитического представления алгоритма оптимизации в случае высокой размерности задачи. Возможный путь состоит в представлении алгоритма в структурной форме, т. е. в виде суперпозиции подалгоритмов меньших размеров. Такая декомпозиция алгоритма может уменьшить сложность отыскания оптимума, что является главным достоинством данного подхода. Однако структуризация алгоритма требует математического аппарата, пригодного для описания суперпозиции алгоритмов. В 1977 г. В.И. Левин (при участии В.А. Меркулова) показал, что таким аппаратом может служить непрерывная логика, которая адекватна проблеме дискретной оптимизации, т. е. позволяет представить алгоритм оптимизации в виде суперпозиции логических операций дизъюнкция и конъюнкция над заданными параметрами оптимизируемой функции. На базе этого открытия в 1970–80-е годы была построена структурно-логическая теория дискретной оптимизации [1–84]. Тот факт, что адекватным математическим аппаратом для построения структурной теории дискретной оптимизации оказалась именно непрерывная логика, связан с тем, что элементарные операции этой логики – дизъюнкция $a \vee b = \max(a, b)$ и конъюнкция $a \wedge b = \min(a, b)$ осуществляют выбор большего (меньшего) из двух чисел, т. е. представляют собой элементарные акты оптимизации.

2. Общие принципы структурно-логической теории дискретной оптимизации и некоторые типовые статические оптимизационные задачи. Существенными преимуществами построенной структурно-логической теории дискретной оптимизации явилось то, что представление алгоритма оптимизации в виде суперпозиции логических операций позволяет путем

эквивалентных логических преобразований представлять алгоритм в минимальной или другой необходимой форме (например, в форме декомпозиции на алгоритмы оптимизации задач меньшей размерности). Другие преимущества структурно-логического подхода к дискретной оптимизации – обзримость получаемого логического представления алгоритма оптимизации, формализованный характер синтеза этого алгоритма для решаемой задачи, возможность предварительной оценки сложности вычислений, возможность формализованного перехода от точного алгоритма к приближенному, путем отбрасывания в первом некоторых структурных частей, возможность распараллеливания вычислений.

Научная работа в указанном направлении не ограничилась открытием структурно-логического подхода к решению задач дискретной оптимизации и построением соответствующей достаточно общей теории. Было также уделено большое внимание решению конкретных классов задач дискретной оптимизации. Первой такой задачей, для которой был формально синтезирован логический алгоритм решения, была задача о назначениях [1, 5]. Эта задача формулируется в общем виде следующим образом. Имеется n должностей и n кандидатов на эти должности. Известны значения a_{ij} эффективности кандидатов i в должностях j . Требуется распределить кандидатов по должностям таким образом, чтобы все должности были заняты, все кандидаты трудоустроены, а суммарная эффективность сделанного распределения была максимальна. В терминах задачи о назначениях формулируются многие практические задачи: формирование коллектива, распределение ресурсов и др. Синтезированный логический алгоритм решения этой задачи, имеющей размерность n , сводил ее к двум задачам меньших размерностей n_1 и n_2 , таких, что $n_1 + n_2 = n$. Это позволяло получить решение задачи путем ее последовательного разложения на задачи все меньших размерностей. Такого же типа алгоритмы использовались и для последующих решенных задач. Существенно отметить, что при таком подходе к решению задачи каждый шаг ее разложения на меньшие

подзадачи приводит к уменьшению сложности получаемого алгоритма решения. Кроме того, эта сложность зависит от соотношения размерностей подзадач. Доказано, что результирующая сложность алгоритма оказывается минимальной, если на каждом шаге разложения задача разбивается на две подзадачи одинаковой размерности.

Очередной решенной задачей была задача оптимального распределения работ в системе без ограничений [7, 8]. Эта задача может быть сформулирована следующим образом. Имеется n различных заданий и m различных исполнителей. Эффективность выполнения i -м исполнителем j -го задания равна a_{ij} . Требуется распределить задания между исполнителями так, чтобы суммарный эффект от выполнения всех заданий был максимальным. При этом каждое задание должно быть целиком поручено какому-то одному исполнителю, но каждый исполнитель может выполнить любое число заданий. В терминах распределительной задачи без ограничений формулируются многие практические задачи: распределение задач между компьютерами, распределение обработки деталей между станками и т. д. Полученный алгоритм решения этой задачи представлял собой процедуру ее последовательного разбиения на подзадачи с меньшим числом заданий. Вскоре после этой задачи было получено решение более общей задачи оптимального распределения работ в системе с ограничениями [13]. Ее отличие от предыдущей задачи заключалось в том, что каждый исполнитель не может выполнять любое число заданий – это число теперь ограничивается снизу и сверху, причем границы для различных исполнителей различны.

Следующей решенной задачей стала более сложная задача оптимального планирования технологического процесса в последовательной системе [22]. Ее формулировка такова. Имеется система из P последовательно соединенных блоков. В каждом i -м блоке выполняется i -я технологическая операция. Каждая операция может выполняться в одном из M режимов. Выполнение в i -м режиме j -й операции требует времени a_{ij} и расходов b_{ij} . Необходимо выбрать режимы операций, минимизирующие суммарное время выполнения всех операций, при условии, что суммарные расходы не превышают величины b . В этой задаче технологический процесс понимается широко. Например, операции могут быть вычислительными, а режимы означать компьютеры с различными характеристиками. Полученный алгоритм решения данной задачи имел вид процедуры ее последовательного разбиения на подзадачи с меньшим числом операций.

3. Обобщение структурно-логического подхода к дискретной оптимизации. Оптимизационные задачи динамического типа. Дальнейшее продвижение в построении структурно-логической теории дискретной оптимизации шло в четырех различных направлениях.

Во-первых, начали изучаться многомерные задачи дискретной оптимизации [19, 29, 59]. Например, трехмерная задача о назначениях, которая отличается от рассмотренной выше двухмерной задачи тем, что значения эффективности кандидатов в различных должностях являются не двухпараметрическими – a_{ij} , а трех-

параметрическими – a_{ijk} , т. е. зависят не только от номера кандидата i и номера должности j , но и от дополнительного параметра k , могущего означать, например, номер отдела, в котором будут работать кандидаты после их зачисления на должность. При этом принцип структурно-логического синтеза алгоритма решения многомерной задачи не отличается от соответствующего для двухмерной задачи.

Во-вторых, была поставлена и успешно решена новая проблема, связанная с задачами дискретной оптимизации – качественный анализ решения задачи дискретной оптимизации [20]. Под качественным анализом здесь понимается изучение вариации значения оптимума функции при варьировании значений ее параметров. Решение проблемы качественного анализа решения задачи дискретной оптимизации было получено с помощью структурно-логического подхода, позволяющего, как уже говорилось, представить алгоритм нахождения оптимума, а значит, и сам оптимум, в логико-аналитической форме. После чего для решения проблемы остается найти вариации этой формы при вариациях ее переменных – параметров оптимизируемой функции.

В-третьих, была решена проблема построения алгоритма приближенного решения задач дискретной оптимизации [27]. Это построение, как было доказано, можно осуществить, синтезировав сначала точный алгоритм решения задачи, а затем отбросив в нем некоторые относительно несущественные структурные части. В результате получается алгоритм приближенного решения задачи дискретной оптимизации, который, вдобавок, проще соответствующего точного алгоритма. С помощью приближенных алгоритмов оказывается возможным решение задач дискретной оптимизации высокой размерности.

В-четвертых, был совершен переход от решения задач дискретной оптимизации статического типа, рассмотренных выше, к задачам динамического типа, в качестве которых были рассмотрены задачи теории расписаний [35, 37, 39, 43, 44, 47, 51, 54, 65]. Наиболее детально были изучены задачи составления оптимального расписания в конвейерных системах, формулируемые следующим образом. Имеется система из m последовательно соединенных блоков и n работ. Каждая работа содержит m операций, выполняемых в указанных блоках. Заданы времена a_{ij} выполнения операций i в работах j . Работы запускаются в систему и проходят ее блоки в одном и том же порядке. При этом загрузка входного блока 1 очередной работой и начало выполнения им своей операции следует сразу после его освобождения от предыдущей работы (т. е. у блока 1 нет простоев). Однако любой следующий блок начинает выполнять свою операцию в очередной работе j не сразу после выполнения предыдущей работы, а лишь после выхода работы j из предыдущего блока. Таким образом, в блоках 2, 3, ..., m возможны простои. Возможно, что работа, поступающая на вход блока 2, 3, ..., m , застанет его занятым предыдущей работой. Так что блок работает без простоев, но поступающие в него работы ожидают выполнения операции, образуя

очередь. Задача: определить порядок подачи работ в систему, при котором суммарное время выполнения всех работ в ней минимально. В терминах сформулированной задачи описываются многие прикладные задачи: оптимальное планирование обработки партии деталей на станочной линии, оптимальная обработка пакета программ в последовательной вычислительной системе, оптимальное планирование порядка приема посетителей и т. д. Было доказано, что для сформулированной задачи существуют обозримые условия оптимальности последовательности работ различных типов – необходимые, достаточные, смешанные, – выписываемые в явном виде для любой размерности задачи $m \times n$. Эти условия имеют вид систем неравенств между некоторыми непрерывно-логическими функциями, аргументы которых – временные параметры a_{ij} изучаемой системы. Это открытие позволило построить далеко продвинутое структурно-логическое теорию расписаний, в которой рассматривается и решается целый ряд задач, отсутствующих в общей теории расписаний (аналитическое изучение задач высокой размерности; качественный анализ зависимости решения задачи от варьирования ее параметров a_{ij}, m, n ; построение оптимальных расписаний выполнения работ в неконвейерных последовательных системах – в них порядок прохождения работ через различные блоки системы может быть различным и т. д.). Наиболее полные сведения о структурно-логической теории расписаний можно найти в книгах [73, 85]. Кроме того, в книге [73] приведены достаточные сведения о структурно-логической теории статической дискретной оптимизации.

4. Заключение. Работы по построению структурно-логической теории дискретной оптимизации на основе непрерывной логики имели большое прикладное значение, сформировав еще одну область практической деятельности, где с большим успехом можно применять логические методы. Применение непрерывной логики к задачам оптимизации позволило взглянуть на эту область с более широкой, чем это было раньше, точки зрения. Именно, появилась возможность не только записывать в логической форме алгоритмы решения тех или иных оптимизационных задач, упрощая их затем по законам эквивалентных преобразований алгебры логики, но и выводить формально общие принципы оптимальности, применимые к решению целых классов оптимизационных задач. Например, этим путем был получен принцип разложения, являющийся обобщением принципа оптимальности Беллмана и позволяющий решать дискретную оптимизационную задачу путем ее разложения на подзадачи того же типа, но меньшего размера. Все эти достижения были получены благодаря алгебраизации решения оптимизационных задач, в данном случае – путем применения алгебры непрерывной логики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин В.И., Меркулов В.А. Логические методы сокращения перебора в задачах оптимизации (тезисы доклада) // Математическое обеспечение моделирования сложных систем. Ч. 1. Киев: Изд-во Киев. политехн. ин-та, 1977.
2. Левин В.И. Разработка математического аппарата для изучения сложных дискретных систем. 1-й этап // Науч.-техн. отчет. Номер гос. регистр. 77062787 от 15.08.1977). Пенза: Изд-во Пенз. завода-ВТУЗа, 1977.
3. Левин В.И. Разработка математического аппарата для изучения сложных дискретных систем. 2-й этап // Науч.-техн. отчет. Номер гос. регистр. 77062787 от 15.08.1977). Пенза: Изд-во Пенз. завода-ВТУЗа, 1978.
4. Левин В.И. Оптимальное обслуживание блочных систем // Надежность и эффективность автоматизированных систем управления технологическими процессами. М.: Изд-во ЦНИИТЭИ приборостроения, 1978.
5. Левин В.И. Оптимальное распределение задач между ЭВМ // Структурная адаптация многомашинных систем обработки информации. Рига: Зинатне, 1978.
6. Левин В.И. Блочное исследование некоторых классов сложных систем // XXXIII Всесоюзная научная сессия, посвященная Дню радио. М.: Изд-во НТО радиотехники, электроники и связи им. А.С. Попова, 1978.
7. Левин В.И. Структурно-логический метод комбинаторной оптимизации // Параллельные машины и параллельная математика. Киев: Изд-во Общества «Знание» УССР, 1978.
8. Левин В.И. Структурно-логический метод комбинаторной оптимизации // Автоматика и вычислительная техника. 1979. № 1.
9. Levin V.I. Structural Logical Method for Combinatorial Optimization // Automatic Control. 1979. № 1.
10. Левин В.И. Анализ функций с помощью бесконечнозначной логики // Автоматика. 1979. № 2.
11. Levin V.I. Functions Analysis Using Infinite Valued Logic // Automatical Measurement. 1979. № 2.
12. Левин В.И., Меркулов В.А. Логические методы решения некоторых дискретных оптимизационных задач // Применение вычислительных методов в научно-технических исследованиях. Вып. 1. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1979.
13. Левин В.И. Структурно-логический метод комбинаторной оптимизации при наличии ограничений // Автоматика и вычислительная техника. 1979. № 5.
14. Levin V.I. Structural Logical Method for Combinatorial Optimization with Constraint // Automatic Control. 1979. № 5.
15. Levin V.I. Block Logical Constructions in Some Problems of Discrete Optimization // Foundations of Control Engineering. 1979. V. 4. № 3.
16. Левин В.И. Линейные методы оптимизации параметров радиоэлектронных устройств. Конспект лекций. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1979.
17. Левин В.И. Блочные логические конструкции в задачах оптимального синтеза вычислительных сетей // Вычислительные сети коммутации пакетов. Рига: Зинатне, 1979.
18. Левин В.И. Логический метод решения одной задачи комбинаторной оптимизации // Применение вычислительных методов в научно-технических исследованиях. Вып. 2. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1980.
19. Левин В.И., Буланов А.Ф. Некоторые многомерные задачи комбинаторной оптимизации // Применение вычислительных методов в научно-технических исследованиях. Вып. 2. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1980.
20. Левин В.И. Качественный анализ задач комбинаторной оптимизации методом логических определителей // Автоматика и вычислительная техника. 1980. № 6.
21. Levin V.I. Qualitative Analysis of Combinatorial Optimization Using Logical Determinants // Automatic Control. 1980. № 6.
22. Левин В.И. Логический синтез алгоритма оптимизации параметров технологического процесса // Проблемы управления и теории информации. 1980. Т. 9. № 1.
23. Levin V.I. Logical Synthesis of Algorithm for technological Process Optimization // Problems of Control and Information Theory. 1980. V. 9. № 1.
24. Левин В.И. Логические методы решения задач комбинаторной оптимизации // Специализированные процессы. Киев: Изд-во Ин-та электродинамики АН УССР, 1980.
25. Левин В.И., Буланов А.Ф. Структурно-логический метод решения некоторых трехмерных задач комбинаторной оптимизации // Математические методы в технической кибернетике. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981.
26. Левин В.И. Бесконечнозначная логика и структурный подход в задачах принятия решения // Математические модели поведения. Вып. 5. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981.
27. Левин В.И. Структурно-логический метод приближенной комбинаторной оптимизации в задачах распределения вычислительных мощностей // Автоматика и вычислительная техника 1981. № 6.
28. Levin V.I. Structural Logical Method for Approximate Combinatorial Optimization // Automatic Control. 1981. № 6.

29. Левин В.И., Буланов А.Ф. Логический синтез алгоритма вычислений в пространственной задаче о назначениях // Применение вычислительных методов в научно-технических исследованиях. Вып. 3. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1981.
30. Левин В.И. Логические методы в прикладной комбинаторике // Математические методы в технической кибернетике. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1981.
31. Левин В.И. Бесконечнозначная логика и проблема принятия групповых решений // Теория конечных автоматов и ее приложения. Вып. 12. Рига: Зинатне, 1981.
32. Левин В.И. Логический метод анализа и синтеза расписания // Математические методы в задачах управления. Пенза: Изд-во Пенз. дома науч.-техн. пропаганды, 1981.
33. Левин В.И. Структурно-логический метод решения n -мерной задачи о назначениях // Математические методы в задачах управления. Пенза: Изд-во Пенз. дома науч.-техн. пропаганды, 1981.
34. Левин В.И., Тимошкин Г.Н. Логические методы в технической кибернетике: учеб.-метод. пособие-монография. М.: Изд-во Министерства обороны СССР, 1981.
35. Левин В.И. К задаче трех станков // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1982. № 2.
36. Levin V.I. About Three Machines Problem // Journal of Computer and Systems Sciences International. 1982. № 2.
37. Левин В.И. Логический метод оптимизации порядка решения задач в вычислительных системах // Автоматика и вычислительная техника. 1982. № 3.
38. Levin V.I. Logical Method for Optimal Scheduling in Computing Systems // Automatic Control. 1982. № 3.
39. Левин В.И. К планированию работы вычислительных систем. Математический аппарат // Автоматика и вычислительная техника. 1982. № 4.
40. Levin V.I. About Scheduling for Computing Systems. Mathematical Methods // Automatic Control. 1982. № 4.
41. Левин В.И. Логические модели в прикладных комбинаторных задачах // Электронное моделирование. 1982. № 3.
42. Levin V.I. Logical Models for Applied Combinatorial Problems // Electronic Modelling. 1982. V. 2. № 3.
43. Левин В.И. К оптимизации расписания обработки деталей // Mathematische Operationsforschung und Statistik. Ser. «Optimization». 1982. Т. 13. № 4.
44. Левин В.И. Бесконечнозначная логика в задачах кибернетики. М.: Радио и связь, 1982.
45. Левин В.И., Буланов А.Ф. Логические методы в решении задачи о соединении узлов схемы // Моделирование вычислительных систем и процессов. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1983.
46. Левин В.И., Буланов А.Ф. Применение логических методов к решению задачи оптимальной организации технологического процесса // Оптимальные методы вычислений и их применение. Вып. 5. Пенза: Изд-во Пенз. политех. ин-та, 1983.
47. Левин В.И. К планированию работы вычислительных систем. Анализ плана // Автоматика и вычислительная техника. 1983. № 2.
48. Levin V.I. Scheduling of Computer System Action. Analysis // Automatic Control. 1983. № 2.
49. Левин В.И., Лысак С.А. Задача оптимизации порядка обработки n деталей на M станках // Автоматизация процессов обработки первичной информации. Вып. 9. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1983.
50. Левин В.И., Лысак С.А. Сетевая модель перестраиваемого процесса и поиск гамильтонова пути в графе // Вычислительная техника в автоматизированных системах контроля и управления. Вып. 13. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1983.
51. Левин В.И. К планированию работ вычислительных систем. Синтез плана // Автоматика и вычислительная техника. 1983. № 3.
52. Levin V.I. Scheduling of Computer System Action. Synthesis // Automatic Control. 1983. № 3.
53. Левин В.И., Лысак С.А. К вопросу об определении оптимальной последовательности n деталей в задаче M станков // Автоматизированные системы управления и приборы автоматизации. Вып. 72. Харьков: Вища школа, 1983.
54. Левин В.И. Анализ системы с параллельно-последовательной обработкой деталей // Проблемы управления и теории информации. 1984. Т. 3. № 1.
55. Levin V.I. Analysis of System with Parallel and Sequential Handling of Parts // Problems of Control and Information Theory. 1984. V. 3. № 1.
56. Левин В.И., Буланов А.Ф. Структурно-логический метод приближенной оптимизации в многомерных экстремальных задачах // Вопр. автоматизации проектирования информационных кибернетических систем. Уфа: Изд-во Уфим. авиационного ин-та, 1984.
57. Левин В.И., Лысак С.А. Моделирование и оптимизация функционально сложных систем с последовательной структурой // Вопр. автоматизации проектирования информационных кибернетических систем. Уфа: Изд-во Уфимского авиационного ин-та, 1984.
58. Левин В.И., Лысак С.А. Оптимизация порядка следования работ в системе с параллельно-последовательной обработкой // Вычислительная техника в автоматизированных системах контроля и управления. Вып. 14. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1984.
59. Левин В.И., Буланов А.Ф. Логические методы решения многомерной задачи о назначениях // Применение вычислительных методов в научно-технических исследованиях. Вып. 6. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1984.
60. Левин В.И. К задаче M станков. Математический аппарат // Оптимальные методы вычислений и их применение. Вып. 7. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1985.
61. Левин В.И., Буланов А.Ф. Структурно-логический метод решения задачи об оптимальном проектировании печатных плат // Оптимальные методы вычислений и их применение. Вып. 7. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1985.
62. Левин В.И. Логические методы исследования вычислительных систем реального времени // Автоматика и вычислительная техника. 1985. № 2.
63. Levin V.I. Logical Methods for Research of Real Time Computer Systems // Automatic Control. 1985. № 2.
64. Левин В.И., Буланов А.Ф. Об универсальном неориентированном графе // Моделирование вычислительных систем и процессов. Пермь: Изд-во Перм. ун-та, 1986.
65. Левин В.И. Оптимизация расписания обработки деталей с помощью смешанных условий оптимальности // Mathematische Operationsforschung und Statistik. Ser. «Optimization». 1987. Т. 18. № 4.
66. Левин В.И. Оптимизация управления порядком обработки изделий в конвейерных технологических системах // Логическое управление с использованием ЭВМ: тез. докл. X Всесоюз. Симпозиума. М.: Изд-во Научного Совета по проблеме «Кибернетика» АН СССР, 1987.
67. Левин В.И., Мирецкий И.Ю. К планированию работы конвейерных систем с последовательно-параллельной структурой // Вопр. радиоэлектроники. Сер. Вычислительная техника. Вып. 6. М.: Изд-во Мин-ва радиопромышленности СССР, 1987.
68. Левин В.И. Задача M станков при ограничениях на порядок следования деталей // Автоматика и телемеханика. 1987. № 3.
69. Levin V.I. M Machines Problem by Constrains of Details Order // Automation and Remote Control. 1987. № 3.
70. Левин В.И., Мирецкий И.Ю. Моделирование и оптимизация работы производственной системы // Механизация и автоматизация производства. 1987. № 10.
71. Левин В.И. К задаче M станков. Анализ системы // Оптимальные методы вычислений и их применение. Вып. 8. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1987.
72. Левин В.И., Тен В.С., Якутин В.М. Логический метод решения задачи оптимального разбиения // Оптимальные методы вычислений и их применение. Вып. 8. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1987.
73. Левин В.И. Структурно-логические методы исследования сложных систем с применением ЭВМ. М.: Наука, 1987.
74. Левин В.И. Оптимизация расписания при ограничениях на порядок следования деталей // Математическое обеспечение интеллектуальных систем САПР-ГАП: тез. докл. XI координационного совещания. Ижевск: Изд-во Научного совета по проблеме «Кибернетика» АН СССР, 1988.
75. Левин В.И., Мирецкий И.Ю. Об одном подходе к построению расписаний для конвейерных систем // Методы построения алгоритмических моделей сложных систем. Вып. 7. Таганрог: Изд-во Таганрогского радиотехнического ин-та, 1988.
76. Левин В.И. Задача M станков при поступлении деталей в режиме реального времени // Автоматика и телемеханика. 1989. № 1.
77. Levin V.I. M Machines Problem for Real Time Regime of Details // Automation and Remote Control. 1989. № 1.
78. Левин В.И., Тен В.С. Структурно-логический подход к задаче коммивояжера // Технические и программные средства измерительно-вычислительных комплексов. Таллин: Изд-во АН Эстонии, 1989.
79. Левин В.И. Непрерывная логика, ее обобщения и применения. I // Автоматика и телемеханика. 1990. № 8.
80. Levin V.I. Continuous Logic. Its Generalizations and Applications. I // Automation and Remote Control. 1990. № 8.
81. Левин В.И. Непрерывная логика, ее обобщения и применения. II // Автоматика и телемеханика. 1990. № 9.
82. Levin V.I. Continuous Logic. Its Generalizations and Applications. II // Automation and Remote Control. 1990. № 9.
83. Левин В.И. К задаче M станков. III. Синтез систем // Оптимальные методы вычислений и их применение к обработке информации. Вып. 9. Пенза: Изд-во Пенз. политехн. ин-та, 1990.

84. Волгин Л.И., Левин В.И. Непрерывная логика. Теория и применения. Таллин: Изд-во АН Эстонии, 1990.
85. Левин В.И. Структурно-логические методы в теории расписаний. Пенза: Изд-во Пенз. гос. технологической академии, 2006.

Поступила в редакцию 26 декабря 2008 г.

Levin V.I. Logic modelling of static problems of discrete optimization. The technique of mathematical modelling and the

discrete optimisation problems decision by means of continuous logic is considered. The decision of some typical static problems is given: a problem about appointment, a problem of technological process planning optimization, etc. Some dynamic problems, for example a problem of schedule optimization, are considered also.

Key words: the continuous logic; discrete optimization; static and dynamic optimization; two-dimensional and multidimensional problems.